Solution 3 :

1°/ $f(x) = \tan^2 x + 2x$

f est continue sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ donc f possède une primitive F sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

2°/ F(x) = ?

$f(x) = \left(1 + \tan^2 x\right) + \left(2x - 1\right)$

D'où $F(x) = \tan x + x^2 - x + \lambda$

Or $F(0) = \lambda = 2$ d'où

Pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$: $F(x) = \tan x + x^2 - x + 2$

Solution 4 :

1°/ f est le produit de fonctions continues sur $\mathbb{R}$ alors f est continue sur $\mathbb{R}$

2°/ $F(x) = \frac{-\cos^{2n+1} x}{2n+1} + c$

Or $\begin{cases} F(0) = \frac{-1}{2n+1} + c \\ F(0) = 0 \end{cases}$ d'où $c = \frac{1}{2n+1}$

Conclusion : $F(x) = \frac{1 - \cos^{2n+1} x}{2n+1}$

Solution 5 :

1°/ f est continue sur $]0, +\infty[$

D'où f possède au moins une primitive F définie sur $]0, +\infty[$